

カオス通信と統計力学

独立行政法人通信総合研究所 梅野 健

umeno@crl.go.jp

1. はじめに

カオスは、本質的に周波数スペクトル上ブロードバンドな信号である。本講義では、携帯電話における CDMA、衛星通信、GPS 等の測位技術の基礎となるスペクトル拡散通信において、カオスをスペクトル拡散のメカニズムとして用いる全く新しいデジタル通信システム、特に最近の携帯電話で用いられている CDMA に適用した場合を考察した。この場合多数の移動端末局から基地局へ非同期的にアクセスする多体系となるので、移動局の数 N がとても大きい場合の解析は、統計力学的な解析（エルゴード理論）を用いることが可能となる。主な結果は、ルベーグスペクトルを用いて構成されたデジタルフィルタとチェビシェフ多項式を用いて構成されるカオス拡散符号を用いると、従来のゴールド符号を用いた CDMA システムよりユーザー数が 15% 増え、それが非同期 CDMA システムの中で最適であることを理論的に示すことができる。講演の内容は、以下のプレゼンテーションを用いて行った。

2. シャノンの定理 (pp.2-pp.6)
3. CDMA (pp.7-pp.14)
4. カオス CDMA (pp.15-pp.17)
5. チェビシェフ多項式による最適拡散系列の発生(pp.18-pp.24)
6. システム評価(pp.25-pp.35)
7. まとめ(p.36)

参考文献

1. A. J. Viterbi, *CDMA Principles of Spread Spectrum Communication*, (Addison-Wesley, 1995)
2. K. Umeno and K. Kitayama, "Spreading Sequences Using Periodic Orbits of Chaos for CDMA", *Electronics Letters* Vol. 35 (1999) pp.545-546.
3. K. Umeno, "Chaotic Monte Carlo Computation: A Dynamical Effect of Random-Number Generations", *Japanese Journal of Applied Physics* Vol. 39(2000) 1442-1456.
4. C.C. Chen, K. Yao, K. Umeno and E. Biglieri, "Design of Spread-Spectrum Sequences Using Chaotic Dynamical Systems and Ergodic Theory", *IEEE Trans. Circuits and Systems I*. Vol. 48(2001) 1110-1113.
5. C.C. Chen, K. Yao, K. Umeno, and E. Biglieri "Applications of Chaotic Dynamical Systems

and Ergodic Theory to Spread Spectrum Sequences Designs", in *Mathematics in Signal Processing* (V.J.G. McWhirter and I.K. Proudler, eds.), pp. 125-136, Clarendon Press, June 2002.

6. K. Umeno and A. Yamaguchi, "Construction of Optimal Chaotic Spreading Sequence Using Lebesgue Spectrum Filter", *IEICE Trans.* Vol. E85-A (2002) 849-852.

カオス通信と統計力学

梅野 健

独立行政法人 通信総合研究所

物性若手夏の学校 (2002年8月3日)

テーマ：信号をどう見るか？

- フーリエ解析 = > スペクトルアナライザー
信号 = サイン関数、コサイン関数で展開
(周波数スペクトル上での分解に対応)
- スペクトル解析(一般)
信号 = 任意の直交関数系で展開
(一般の スペクトル上での
分解に対応)

テーマ: **カオス的な**信号を如何に特徴づけるか?

- フーリエ解析 = > **ブロードなスペクトル**
信号 = サイン関数、コサイン関数で展開
(**周波数スペクトル上での分解**)
- スペクトル解析(一般) = > ブロードなスペクトルとは限らない
信号 = 一般の直交関数系(基底)で展開
(**一般の スペクトル上での分解**)

Shannon の定理

$$C = W \log_2 (1 + S/N) \quad (\text{bit/s})$$

C: 通信路容量

S: 平均送信信号電力

**N: 伝送路で加わるAWGN
(相加性白色ガウス雑音)**

N_0 : 電力スペクトル密度

W_0 : 雑音帯域幅

$$N = N_0 * W, S = N_0 W_0$$

Shannon の定理

$$C=W \log_2 (1+S/N) \quad (\text{bit/s})$$

意味ある情報量は、信号の見方(スペクトル解析の仕方の選択 = 基底の選択)によって、異なる。

問題:

カオス信号にとって、最適なスペクトル解析は？

研究の背景1:情報の多重伝送:

理論的背景:

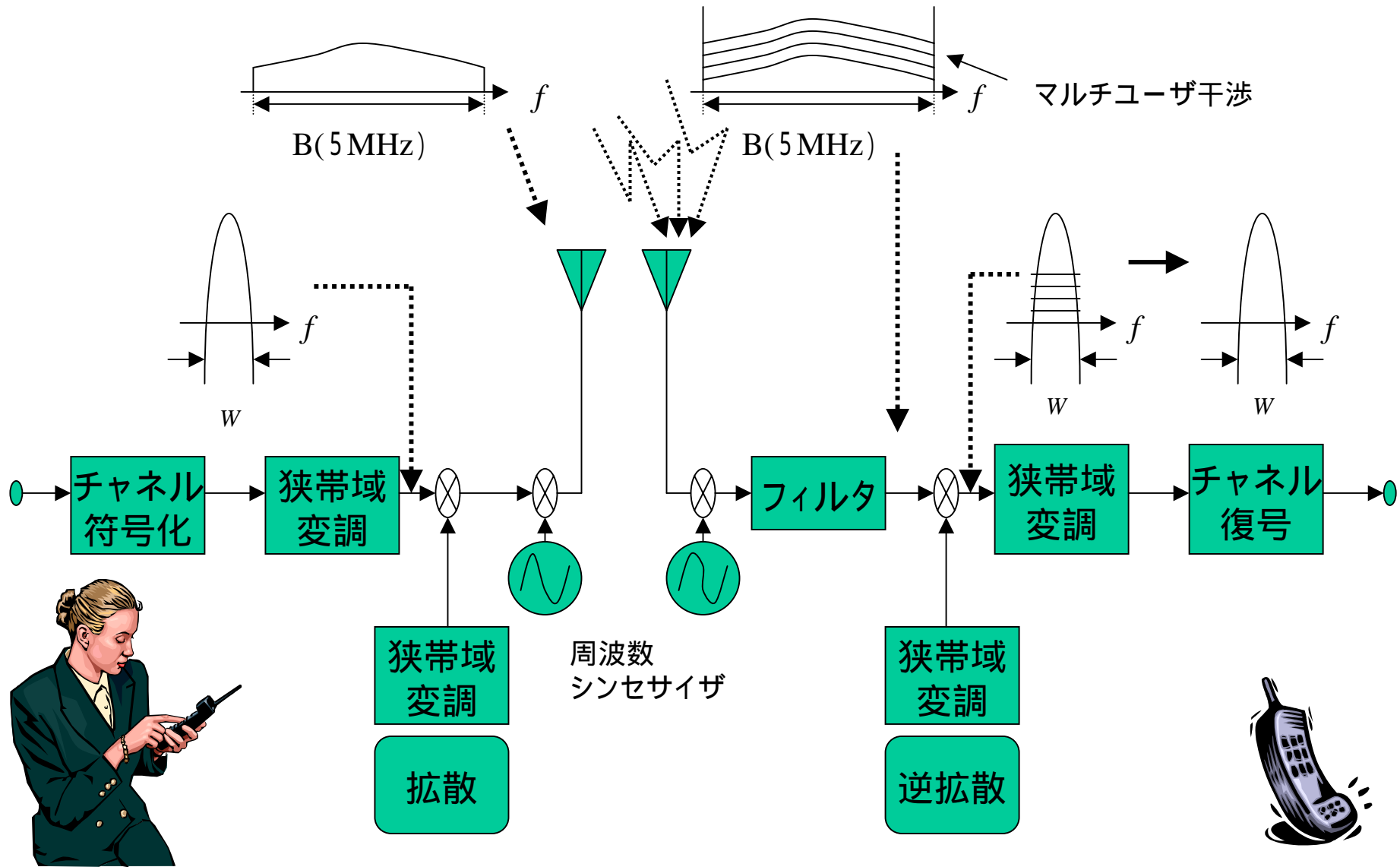
BPSK、QPSK、スペクトル拡散...等、
デジタル信号の変調方式の基本は、
信号のスペクトル解析と深く関連する。

理論的な興味として、カオス力学系による

新たな信号変調方式*で、以下の様な問題

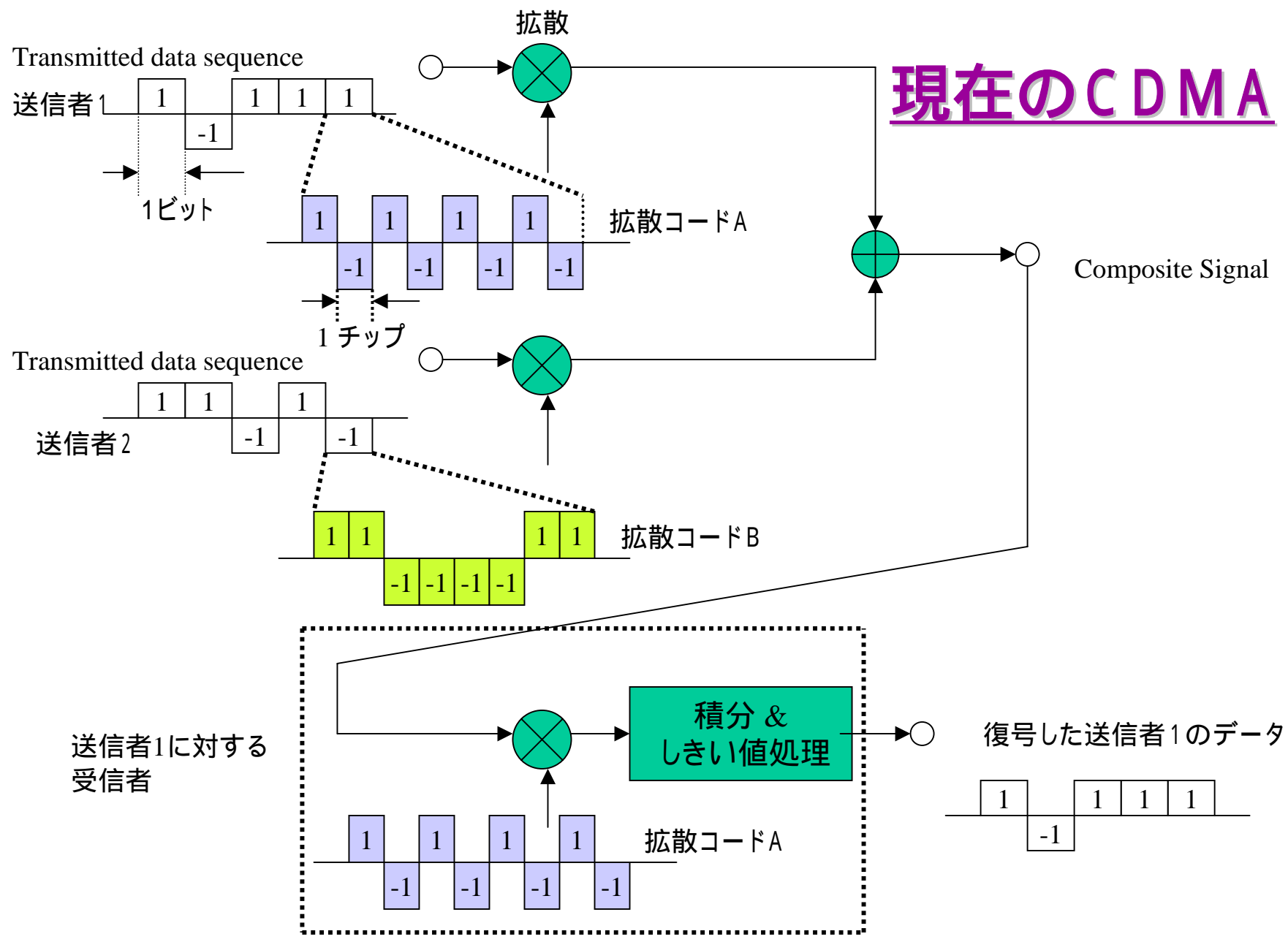
- ・ ビット誤り率の問題 (システムパフォーマンスに関する指標)
- ・ 周波数利用効率の問題 (有限周波数資源に関する指標)
- ・ 通信セキュリティの問題 (情報の信頼性、価値に係するも)
を考えた時に、既存の方式と比較してどの様な違い
があるか？

= > まず、*の定式化をする必要あり。 = > ルベীগスペクトル解析



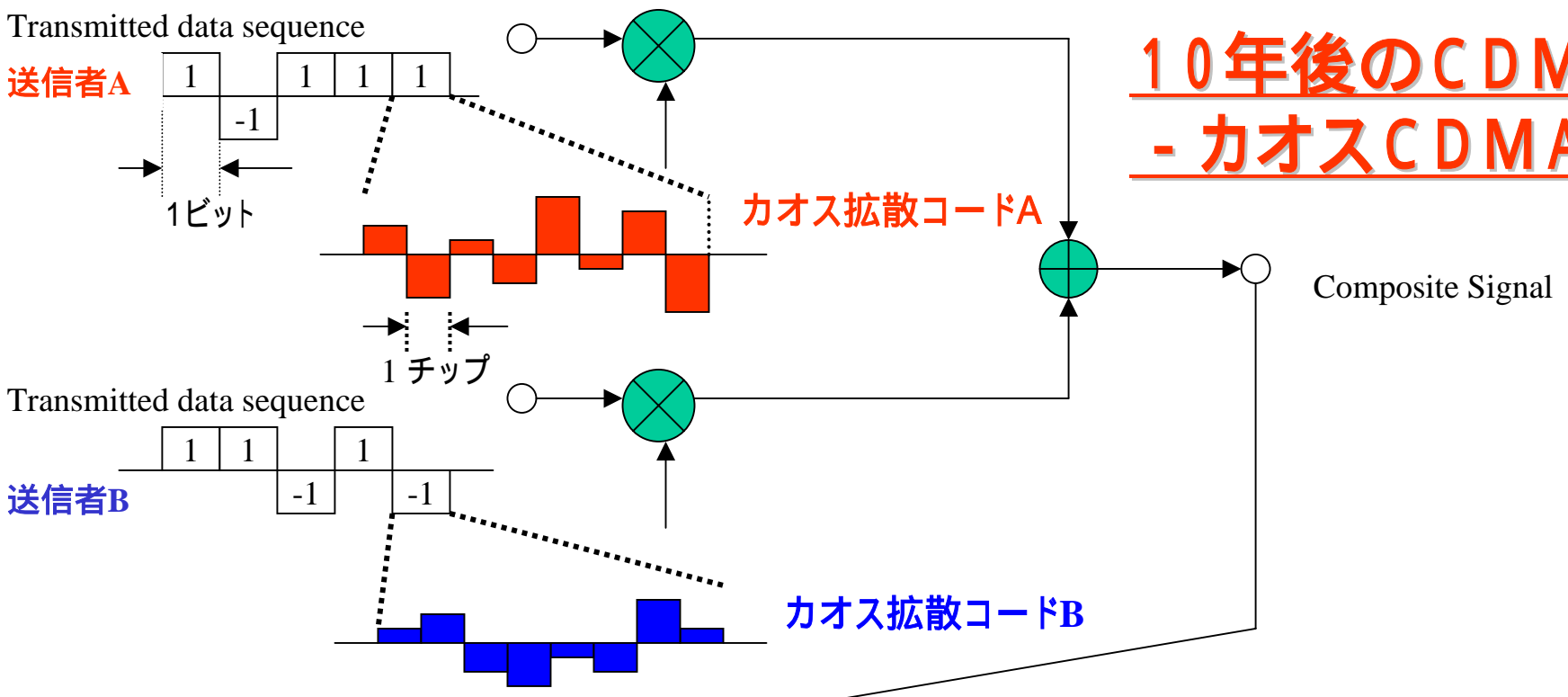
CDMAの原理

現在のCDMA

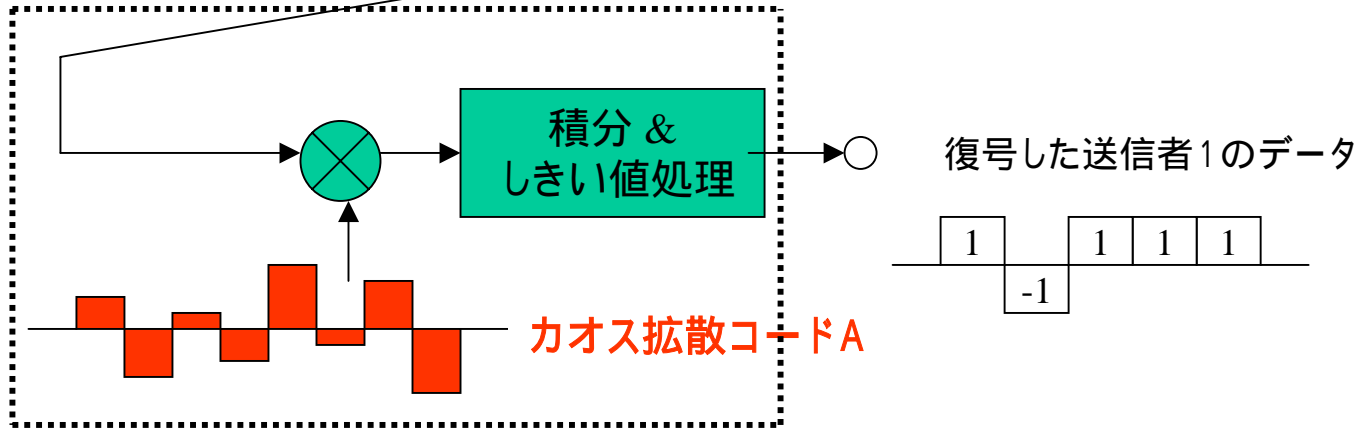


DS-CDMA の仕組み

10年後のCDMA - カオスCDMA

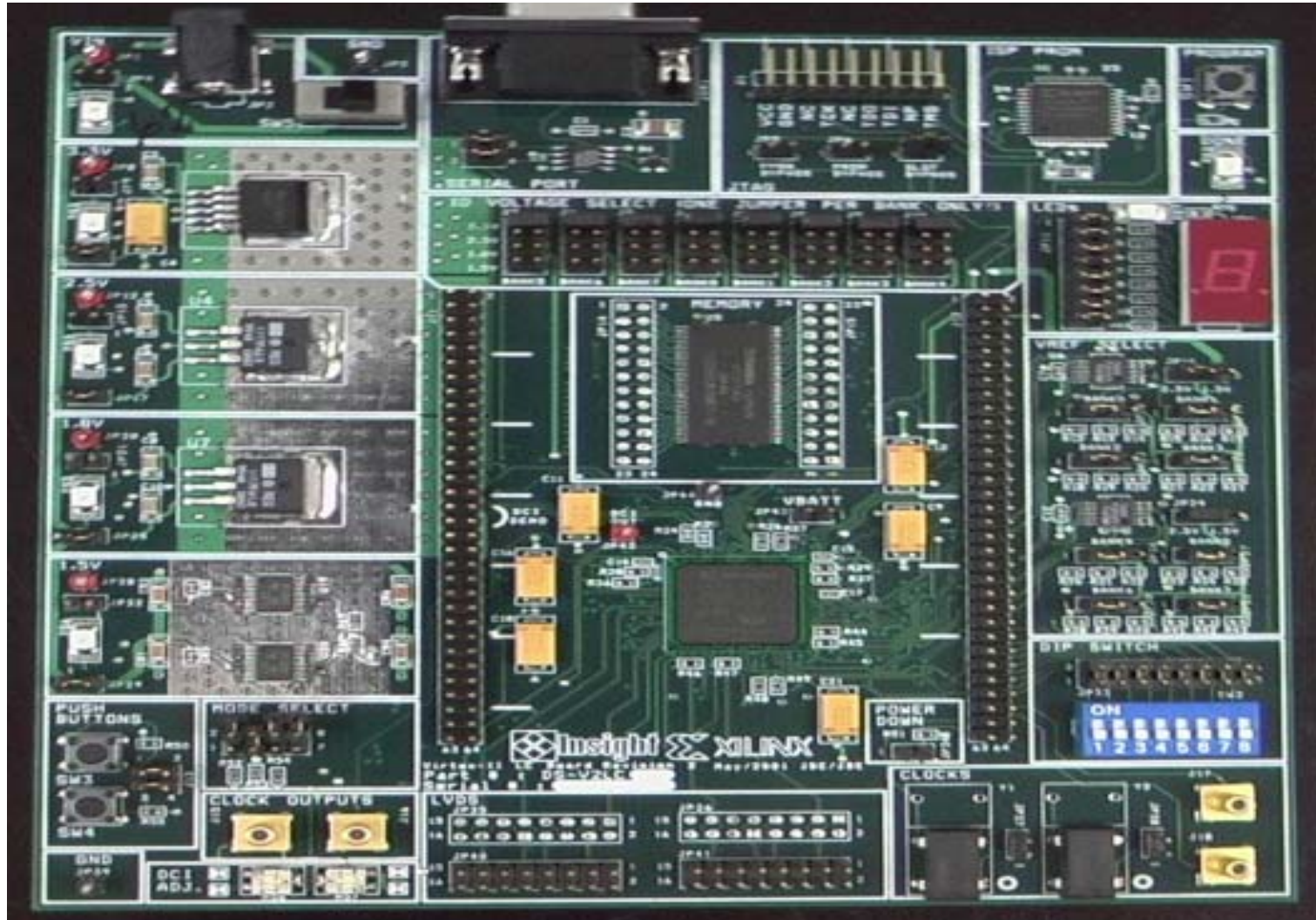


送信者Aに対する
受信者

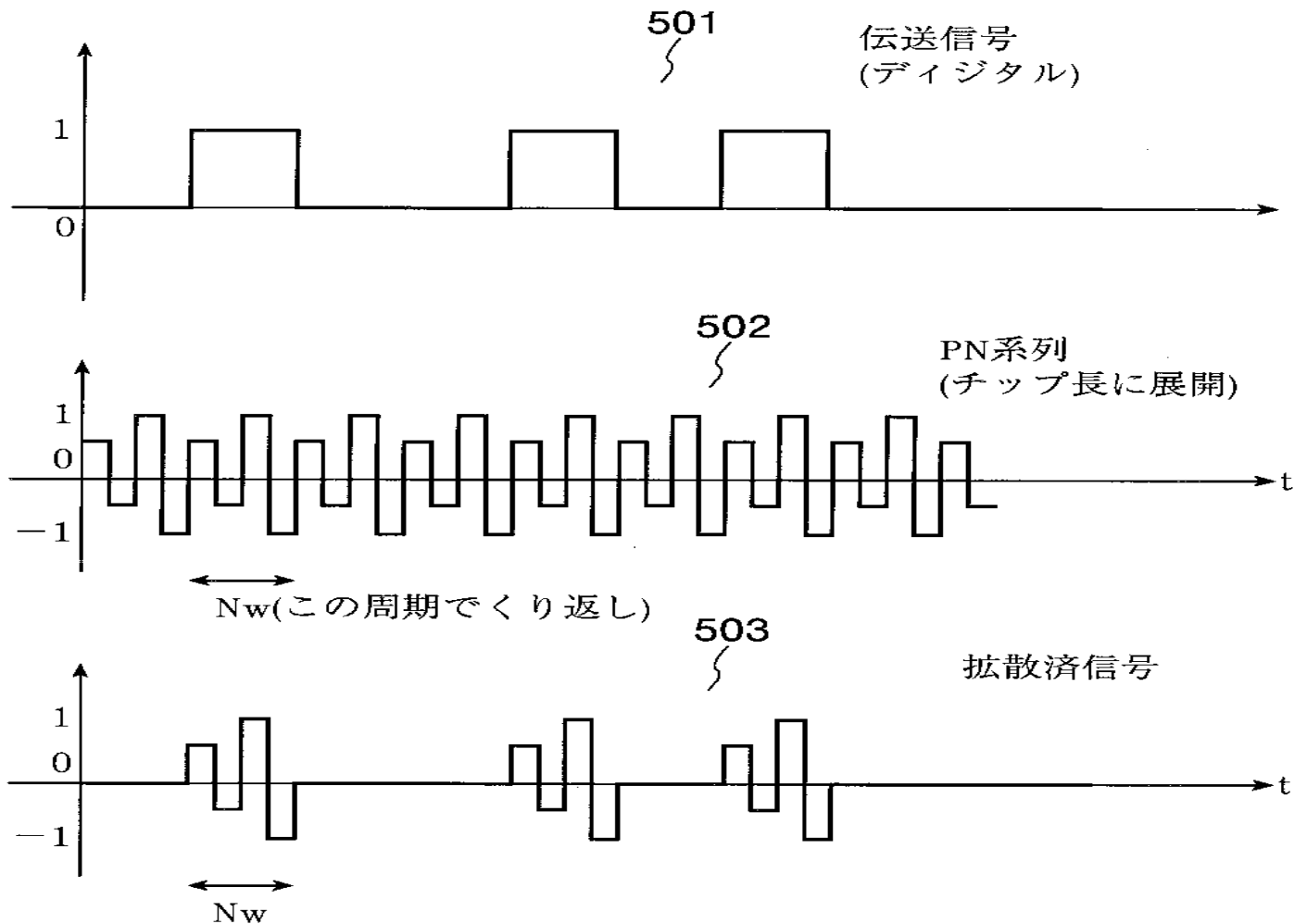


カオスCDMAの仕組み

FPGAチップボード(カオス符号発生器)



カオス符号によるスペクトル拡散 概念図



チェビシェフ多項式のカオス符号への利用

(1)K. Umeno and K. Kitayama, 「Spreading sequences using periodic orbits of chaos for CDMA」

Electron. Lett. (1999) Vol.35, pp545-546.

(カオスの周期軌道を拡散符号として提案。ゴールド符号と比較して、カオス符号(チェビシェフ符号)の相関特性の優位性報告。

注:カオスの周期軌道は、エルゴード的不変測度に従い分布する。

非同期CDMA通信システムの 符号間干渉ノイズの統計評価

符号長をNとすると、漸近的に

$$= (K-1)/3N$$

が成立。

：干渉ノイズの分散、K：ユーザー数、N：拡散符号の長さ

M. B. Pursley, 「Performance Evaluation for Phased-Coded Spread-Spectrum Multiple-Access Communication-Part I: System Analysis」 (*IEEE Trans. Communications*, vol.25 (1977) pp.795-799.)

Mazzini et.al.の結果(1999): 拡散符号の自己相関関数が、

$$C(s) \approx Const. \times (-r)^s \quad (0 < r < 1) \quad r = 2 - \sqrt{3}$$

の時、**最小(最適)の干渉ノイズ分散**を与える。

$$\sigma_{optimal} = \sqrt{3}(K-1)/6N$$

チェビシェフ符号による最適カオス 符号の構成

$$T(a, \cos \theta) = \cos(a \theta)$$

$$T(0, x) = 1$$

$$T(1, x) = x$$

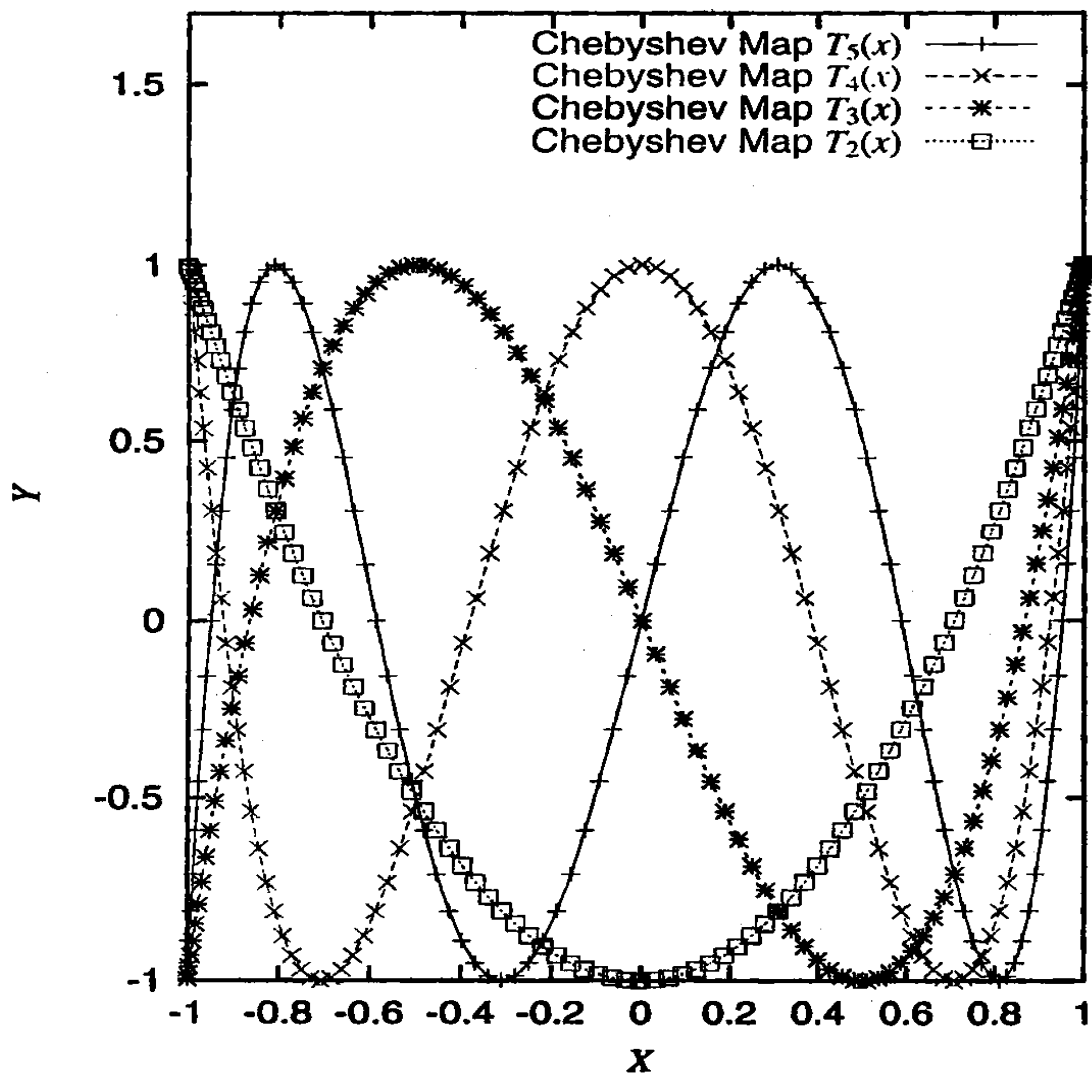
$$T(2, x) = 2x^2 - 1$$

$$T(3, x) = 4x^3 - 3x$$

$$z[i+1] = T(a, z[i])$$

直交するカオス符号

Chebyshev Maps



FIRフィルタによる最適カオス 符号の構成

$$z'[1] = C \sum_{j=1}^M (-r)^{M+1-j} z[j],$$

$$z'[2] = C \sum_{j=1}^M (-r)^{M+1-j} z[j + 1],$$

⋮

$$z'[N] = C \sum_{j=1}^M (-r)^{M+1-j} z[j + N - 1]$$

厳密な相関関数評価

$$B(X_m) = C \sum_{j=1}^M (-r)^{M+1-j} X_{m+j}$$

$$\langle B(x), B(F^l(x)) \rangle \equiv \langle B_0, B_l \rangle$$

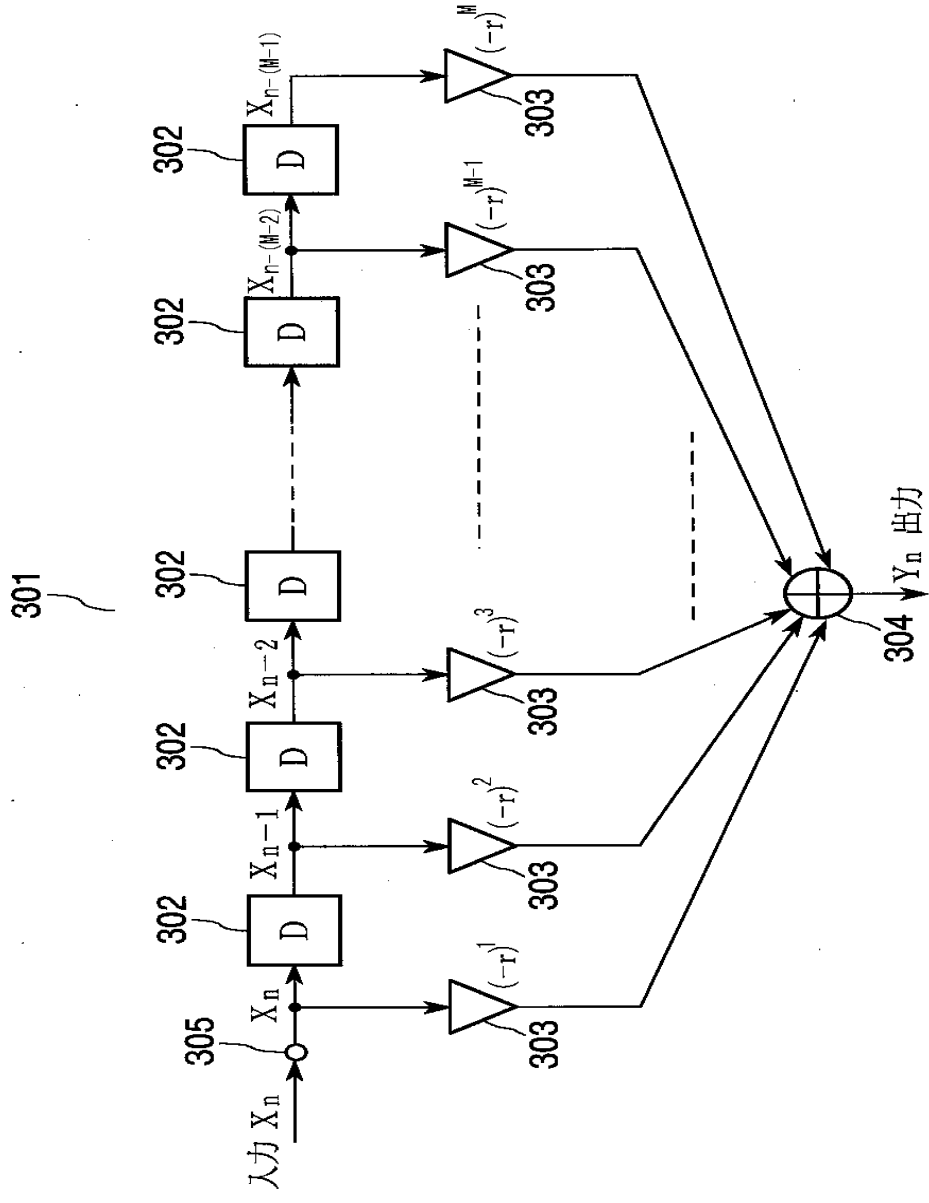
$$B(x) = \sum_{j=1}^M a_{\lambda,j} \phi_{\lambda,j}(x)$$

$$\langle B_0, B_l \rangle = \sum_{m=l+1}^{M+l} a_{\lambda,m} a_{\lambda,m-l}$$

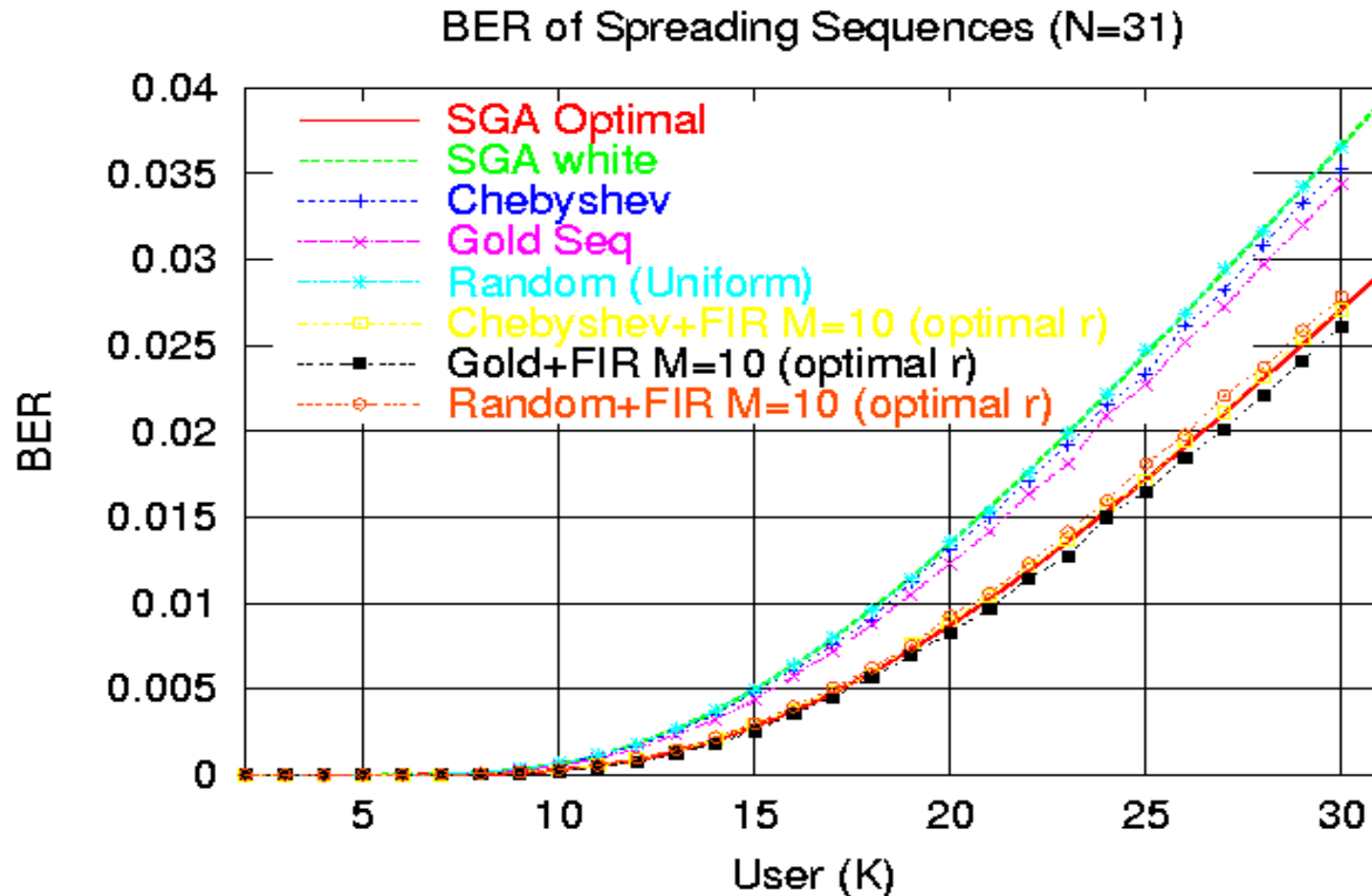
$$\langle B_0, B_l \rangle = C_0^2 (-r)^l \frac{1 - r^{2M}}{1 - r^2}$$

$$C(l) \equiv \langle B_0, B_l \rangle = C' (-r)^l \quad (M \rightarrow \infty)$$

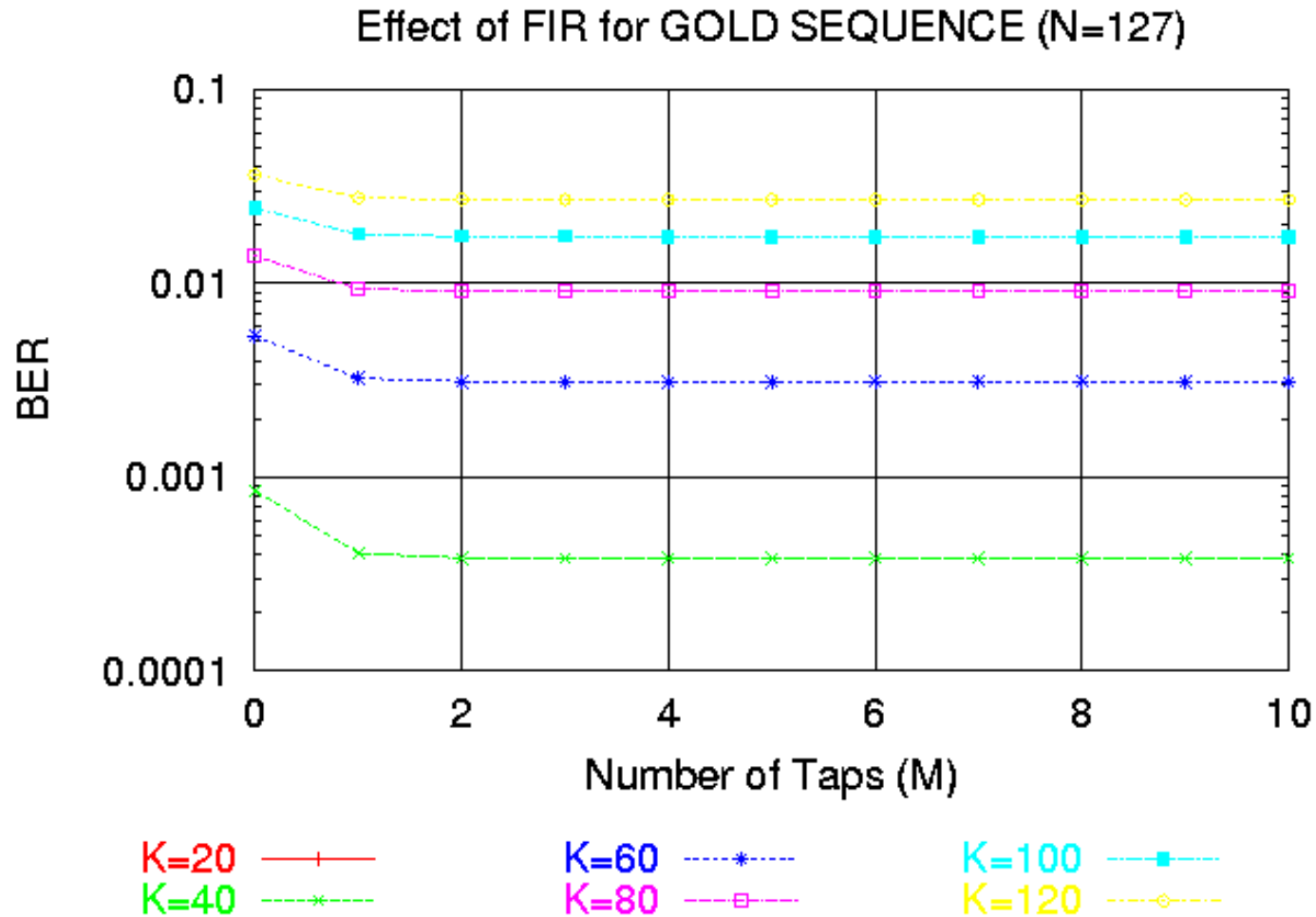
最適FIRフィルタの構造



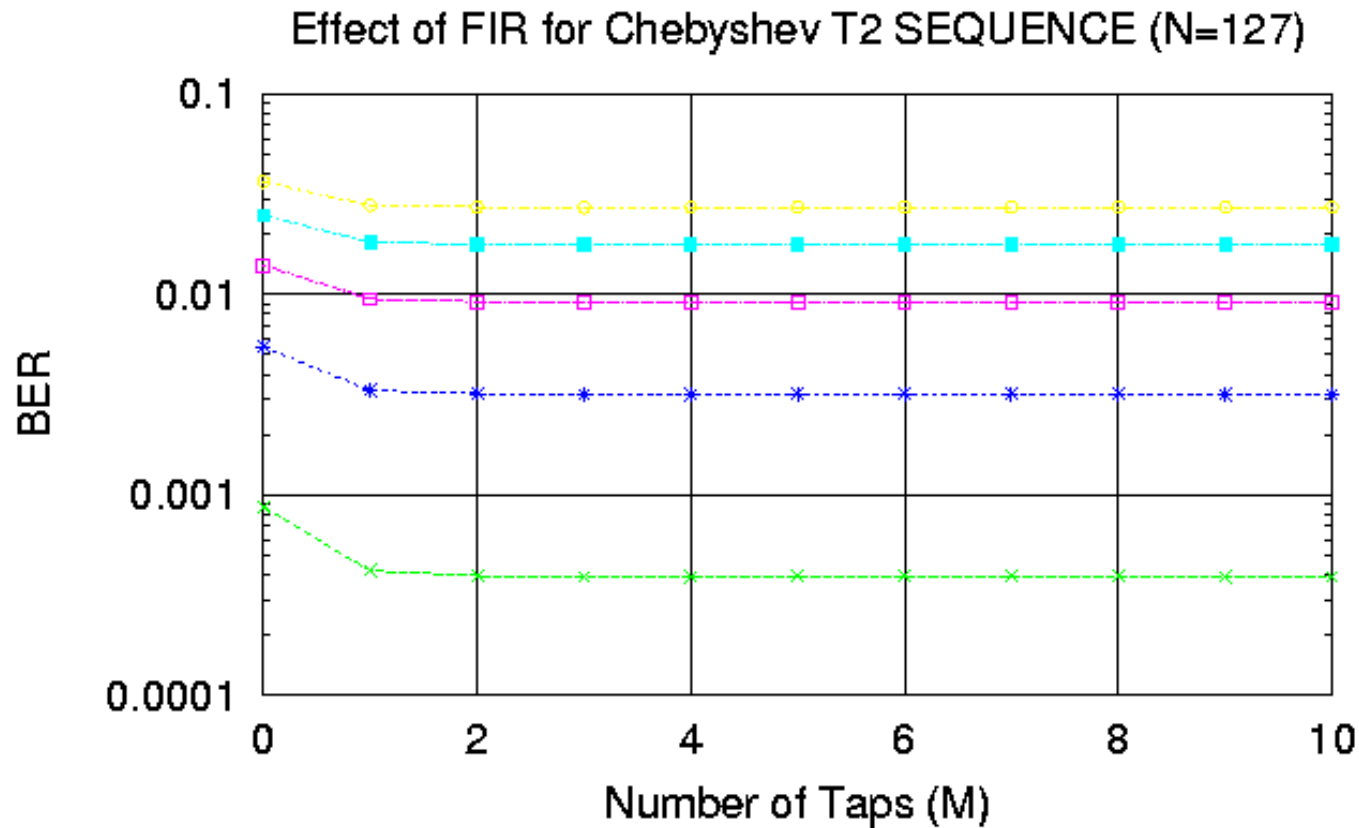
BER評価シミュレーション1 (N = 31)



FIRフィルタタップ数依存性のBER評価 (ゴールド符号、 $N = 127$)



FIRフィルタタップ数依存性のBER評価 (2次チェビシェフ符号、 $N = 127$)



K=20 —+—

K=40 —*—

K=60 —*—

K=80 —□—

K=100 —■—

K=120 —◇—

10年後のCDMAを設計する クラスタ - 計算機の概観 (32 - CPU)



クラスタ - 計算機の概観 - II (28PC - CPU部分)



まとめ

1. Lebesgue Spectrumによる信号解析を紹介。
(一応、世界初。関連特許:
特許3234202号、特許3314181号, 論文: K. U and
A. Yamaguchi, IEICE Trans. Fund. 2002, April.)
2. 複数の信号を非同期的に伝達する系で、
最適なシステム(15%チャンネル数増加)をLebesgue
Spectrumによる解析によって達成。(カオス符号の方が
標準で使われているゴールド符号よりも良いことを証明)