

# シミュレーションによる 議員定数配分方式の偏りについて

ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー  
大阪工業大学大学院

一森 哲男  
大阪工業大学



# 目次

- 1 諸言
- 2 議席配分法
- 3 除数方式と緩和除数方式
- 4 議席配分法における偏り
- 5 プログラムの内容
- 6 結言



# 1 諸言

## 議席配分の説明

議会民主制をとる組織では地域を区分し、その地域の中から代表者として議員を選ぶ。

しかし、

地域によって人口や有権者数が大きく異なるため議員数を同じにすると不平等となる。

そこで、

総議員定数を各地域選挙区から人口分布に基づいてできるだけ公平に配分する。

その際、

有権者に対する一票の価値が地域によって異なってくる。これを一票の格差と言う。



## 2 議員定数配分

1. 州の数を  $s$  とする。
2. 州  $i; i = 1, \dots, s$  の人口を  $p_i$  とする。
3. 総人口  $p$  は  $\sum_i p_i$  である。
4. 議員定数を  $h$  とする。

$$\text{州 } i \text{ の取り分 (Quota) ; } q_i = h \times \frac{p_i}{p}$$



### 3 除数方式と緩和除数方式

#### 5つ有名な除数方式

アダムズ方式

$$d(a) = a$$

ディーン方式

$$d(a) = \frac{a(a+1)}{\left(a+\frac{1}{2}\right)}$$

ヒル方式

$$d(a) = \sqrt{a(a+1)}$$

ウェブスター方式

$$d(a) = a + \frac{1}{2}$$

ジェファソン方式

$$d(a) = a + 1$$

### 3 除数方式と緩和除数方式

#### 緩和除数方式

$a \neq 0$  の場合

$$d_{\theta}(a) = \begin{cases} \frac{1}{e} \frac{(a+1)^{a+1}}{a^a} & , \text{if } \theta = 1 \\ \frac{1}{\log \frac{a+1}{a}} & , \text{if } \theta = 0 \\ \left( \frac{(a+1)^{\theta} - a^{\theta}}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} & , \text{if } \theta \neq 0, 1 \end{cases}$$



### 3 除数方式と緩和除数方式

#### 緩和除数方式

$a = 0$  の場合

$$d_{\theta}(0) = \begin{cases} 0 & , \text{if } \theta \leq 0 \\ \frac{1}{e} \approx 0.37 & , \text{if } \theta = 1 \\ \left(\frac{1}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} & , \text{if } \theta > 0, \theta \neq 1 \end{cases}$$



### 3 除数方式と緩和除数方式

極限操作により

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{(a+1)^\theta - a^\theta}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} = \frac{1}{\log \frac{a+1}{a}}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} \left( \frac{(a+1)^\theta - a^\theta}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} = \frac{1}{e} \frac{(a+1)^{a+1}}{a^a}$$





### 3 除数方式と緩和除数方式

緩和除数方式で  $\theta = 0, 1$  の場合の除数方式も極限操作となる。

$\theta = 0$  の場合の緩和除数方式は T&S方式に等しい。

$\theta = 1$  の場合の緩和除数方式は Theil方式に等しい。

また、

$\theta = -1$  の場合の緩和除数方式は Hill方式に等しい。

$\theta = 2$  の場合の緩和除数方式は Webster方式に等しい。



# 議席配分法における偏り

## 議席配分法による偏りの分析方法

1. 取り分 $q_i$ を除数方式の丸め関数 $d(a)$ を用いて。
2. 整数に丸め、値を返す。
3. 丸め関数 $a$ の値は0以上の整数である。
4. 配分結果に対する偏りを

$$B = \sum_{i=1}^{s-1} q_i - h \quad \text{と定義する。}$$

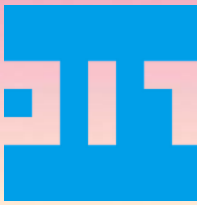
# プログラムの内容



議員定数配分方式を公式を基にプログラムを作成し議員定数配分方式の偏りをシミュレーションをする。

1. 議席数 $h$  州の数 $s$  取り分 $q_i$  とした。
2. 取り分は区間 $[0, h]$ 上の一様乱数(実数値)を発生させ、各州の取り分を定める。
3. 以下のステップを繰り返し行う。
  - $itn$ に1を足す。
  - 取り分 $q_i$ を丸め関数 $d(a)$ を用いて整数に丸める。
  - 偏りを求め、偏りを合計する。

# プログラムの内容



4. 取り分  $q_i$  を除数方式の丸め関数  $d(a)$  を用いて整数に丸める。

$$d_{\theta}(a) = \begin{cases} \frac{1}{e} \frac{(a+1)^{a+1}}{a^a} & , if \theta = 1 \\ \frac{1}{\log \frac{a+1}{a}} & , if \theta = 0 \\ \left( \frac{(a+1)^{\theta} - a^{\theta}}{\theta} \right)^{\frac{1}{\theta-1}} & , if \theta \neq 0, 1 \end{cases}$$

5. 丸め関数はそれぞれの配分方式に対応した丸め関数を使う。

6. 偏りの平均値を求める。

7. 州の数が増加すると、変数  $itn$  が劇的に小さくなるため、

今回のプログラムでは、4000万回繰り返す。



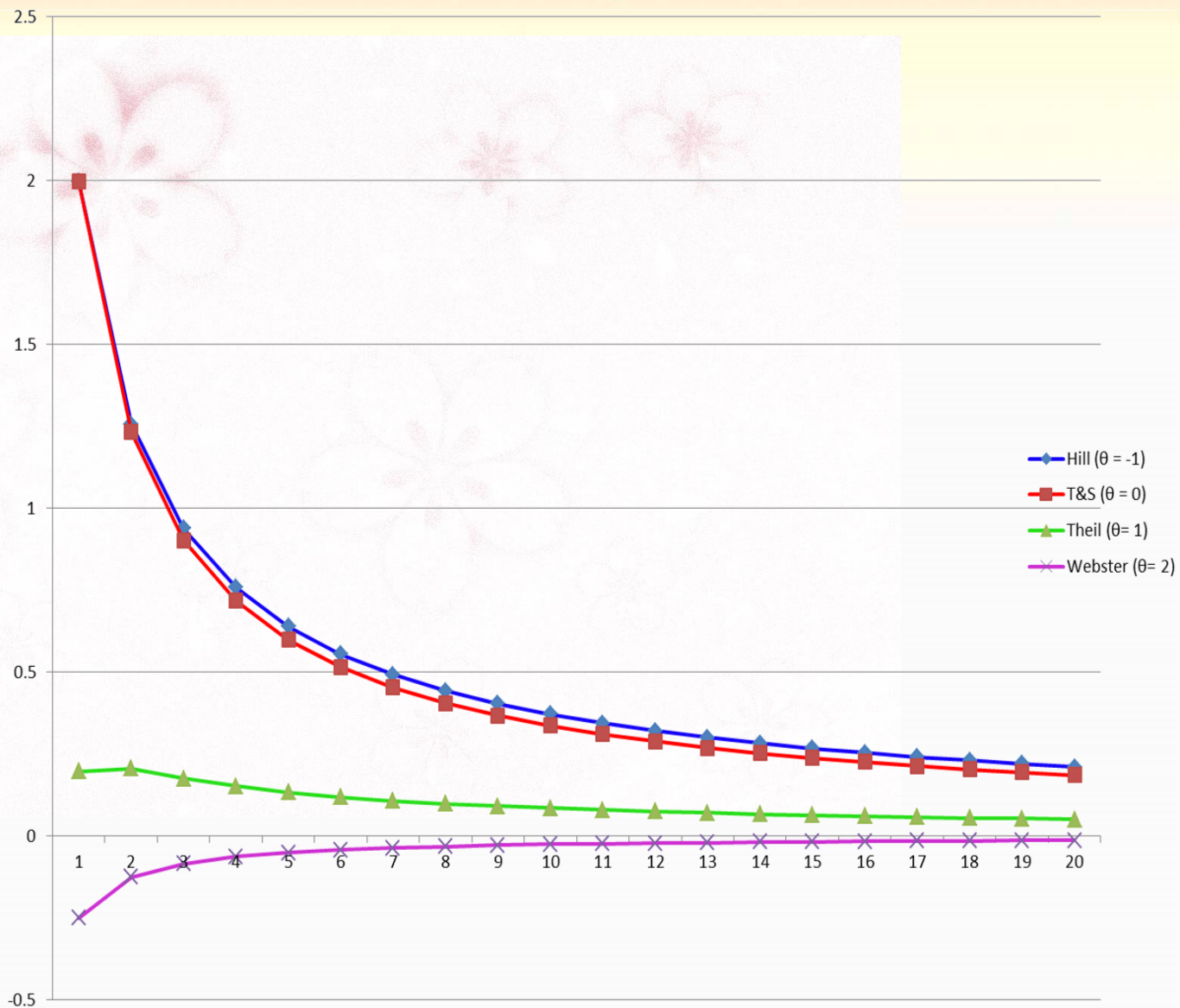
表1  $\theta$  が -1から2 までの偏りの平均

h	s = 3			
	Hill ( $\theta = -1$ )	T&S ( $\theta = 0$ )	Theil ( $\theta = 1$ )	Webster ( $\theta = 2$ )
1	1.999819546	1.999819546	0.198651234	-0.250077198
2	1.257285252	1.232826426	0.20735064	-0.124984804
3	0.939100971	0.903149356	0.176907357	-0.083409489
4	0.758457947	0.718998797	0.152897875	-0.062776126
5	0.640000176	0.599804977	0.134469636	-0.049909487
6	0.556150729	0.5163936	0.120087444	-0.04166594
7	0.492764596	0.454089922	0.108474588	-0.035728991
8	0.443819754	0.40649402	0.099468769	-0.031654776
9	0.404590622	0.36844188	0.091858283	-0.027920164
10	0.371922007	0.337284181	0.085749378	-0.025095973
11	0.344535595	0.311138875	0.079997792	-0.022791223
12	0.321416873	0.288974082	0.075322788	-0.020970157
13	0.301080662	0.269746863	0.070819101	-0.019354213
14	0.283592021	0.253439468	0.067195091	-0.017817806
15	0.268050914	0.238802911	0.06415942	-0.016637335
16	0.254704544	0.226461233	0.061273292	-0.016310177
17	0.242147944	0.21441179	0.058498844	-0.014464852
18	0.231095007	0.204266566	0.055796774	-0.014099122
19	0.221306605	0.195151795	0.053574113	-0.01327824
20	0.211674316	0.186336603	0.051829099	-0.012739799

# 結果



図1  $\theta$  が -1から2 までの偏りの平均



# 結言

今回の研究で議員定数配分方式を比較した結果では、偏りが非常に小さくなったのは、ウェブスター方式である。

**ウェブスター!**



ご清聴ありがとうございました。



ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー

アンパオ