超離散PainlevéIII方程式の特殊解の系列

〇田渕　章子、薩摩　順吉（青山学院大学）、礒島伸（法政大学）

（要旨）

　　非線形可積分系の代表例として、Painlevé方程式がある。Painlevé方程式は６個あり、すべて「一般解の動く特異点が高々極である」という性質をもつ２階非線形常微分方程式である。これらの方程式については、解の構造や代数的及び幾何的な性質が知られており、応用上の重要性も指摘されている。一方、Painlevé方程式の離散版として、離散Painlevé方程式（q-　Painlevé方程式を含む）が提案されている。離散Painlevé方程式とは、連続極限をとることでPainlevé方程式に帰着される差分方程式であり、解の構造や様々な性質が知られている。また、近年、差分方程式の従属変数を離散化する手法（超離散化）が発見され、超離散方程式についても豊富な数理構造が見つかっている。ここでは、特にq-PainlevéIII方程式に着目し、この方程式を超離散化して得られる超離散PainlevéIII方程式の解の系列について議論する。

　q-PainlevéIII方程式はパラメータがある値を取るとき、１次分数型の変数変換を施すと、q-Bessel方程式に帰着する。この方程式は、q級数で表わされるq-Bessel関数を解にもち、その関数はq→1の極限でBessel関数に帰着されることが知られている。このq-Bessel関数解を１次分数型の変数変換に代入することにより、q-PainlevéIII方程式の特殊解が得られる。

　本研究はまず、q-Bessel方程式に付随した２本の隣接関係式を超離散化し、初期値問題を解くことで、超離散Neumann関数解と超離散Bessel関数解を構成する。Bessel方程式は基本解としてBessel関数解とNeumann関数解をもつことが知られているが、得られた解はそれらの超離散版である。その後、

得られた超離散Neumann関数のうち、１次と２次のものを用いて、超離散PainlevéIII方程式の特殊解の系列を構成するとともに、この解の系列をPainlevéIII方程式の特殊関数解の系列と比較検討する。