TASEPを用いた交差点における車と歩行者の相互作用の解析

伊藤 秀剛[1], 西成 活裕[2]
[1] 東京大学 工学部，[2] 東京大学 先端科学技術研究センター
e-mail : ito@jamology.rcast.u-tokyo.ac.jp

1 概要

渋滞は世界中で社会問題となっている現象である。数理的に渋滞問題を解決するために、多くのモデルが考案されてきた。本講演では、それら交通流のモデルの中の一つであり、非平衡系の有名なモデルでもある、Totally asymmetric simple exclusion process (TASEP) をベースとして、交差点における車と歩行者をモデル化し、その性質を論じる。

2 序論

交通流における渋滞現象は、その社会的なインパクトの大きさから数理的な理解を求める動きが広がっている [Helbing(2001)]。有名なモデルとして流体モデル [Kerner et al.(1993)] や追従モデル [Bando et al.(1995)] がある。その中で、セルオートマトン (CA) を用いたモデルも存在し [Sakai et al.(2006)]、数値計算の容易さから大きな関心が集まっている。TASEP とはその CA を用いたモデルの一つであり、一次元の非平衡系モデルである。このを基本として、改良を加えたモデルが交通流などの多くの現象のモデル化に使用されている [Chou et al.(2011)]。

3 TASEP

TASEP を模式的にあらわしたのが、図 1 の左側である。まず、道を一次元の離散的なセルに区切る。セルは離散時間で更新される。左端のセルには確率 α で粒子（交通流モデルであれば車）が入り込み、中間のセルの粒子は確率 p で前に進む。この時、前に粒子がいる場合は排他性により粒子は進むことができない。そして、右端のセルでは確率 β にて系から粒子が抜ける。これが TASEP のモデルである。両端の更新ルールが境界条件をあらわし、境界のある TASEP を開放系と呼ぶ。このモデルは、境界条件 (α や β) に応じて相転移を示すことが知られている [Evans et al.(1999)]。このモデルの挙動は更新の方法にも大きく依存し、すべてのセルを一斉に更新する、パラレルアップデートは CA 交通流モデルの代表的存在である NS モデル [Nagel et al.(1992)] の特別な場合 ($V_{max} = 1$) に対応するため特に関心が強く持たれているが、定常的でない境界条件を持つものについては理解が進んでいない。本講演では、この非定常的な境界条件を持つ TASEP を用いて、交差点の右折の際の車と歩行者の相互作用を解析する。

4 モデル

我々が解析したモデルが図 1 に示されている。このモデルでは車の流れを開放系 TASEP で表し、交差点上の人の流れを離散的な待ち行列で表現する。人は、各ステップ時間ごとに交差点 (crossing cell) にパラメータ λ に従うポアソン分布で流入し、それぞれの人は確率 μ で系から出る。そして、交差点は車のセルの右端に繋がっており、交差点上に人がいない場合に限って、確率 p で車が交差点を通り越して系の外へ出る。

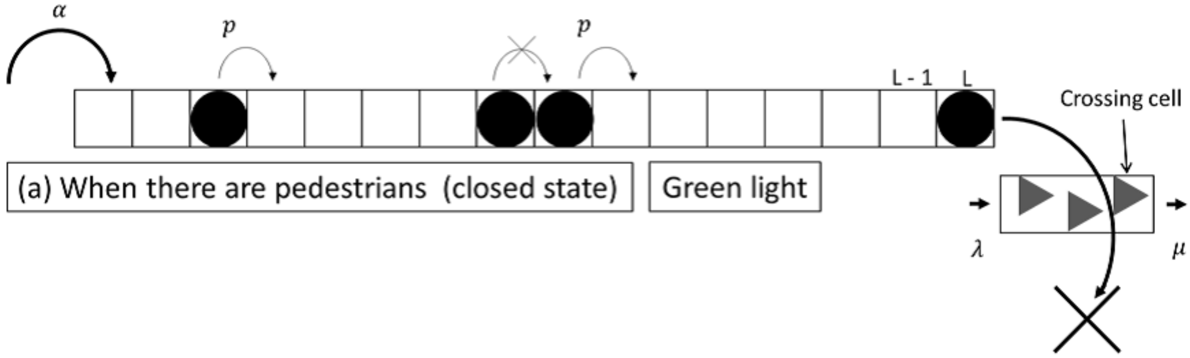

図 1. 交差点のモデル

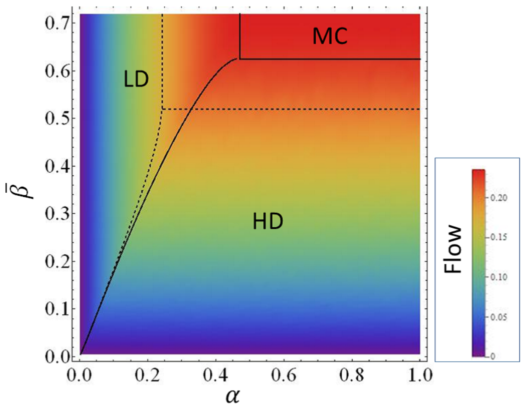

図 2. このモデルの相図。$p = 0.72$ かつ $\mu = 0.1$ に設定した。点線が TCA、実線が IRA という二つの近似の結果である。

5　モデルの性質

歩行者のモデルである、離散的な待ち行列は定常分布が求まり、$p_n = 1/n!\,(\lambda/\mu)^n\, e^{-\lambda/\mu}$. である。ただし、$n$ 人の歩行者が交差点にいる確率が p_n である。よって、右側の境界条件があいていてさらに端の車が外に出る平均的な確率は $\bar{\beta} = pe^{-\lambda/\mu}$ である。この $\bar{\beta}$ は通常の TASEP の β に対応する。しかし、$\bar{\beta}$ が等しいとしても、歩行者の歩行速度に対応するパラメータ μ によってこのモデルの車の流量は異なる。

セル数 N を無限大とした熱力学的極限を考える。この系も相転移をおこし、三つの相が現れる。低密度相 (LD)、高密度相 (HD)、最大流量相 (MC) の三つである。図 2 があるパラメータを設定した場合の相図である。その相の境界線について考える。$\mu = 1$ の時は通常の TASEP と等しくなり、これの解が知られている [Evans et al.(1999)]。$\mu \to 0$ の時も定常流量が求まり、この時に MC 相はなくなる。この二つの場合の相図が図 3 である。その他の μ の時は、$\mu = 1$ と $\mu \to 0$ の中間の流量となり、相の境界線も中間となる。

その他の場合は、TCA、IRA という二つの近似法により流量や相の境界線の近似解を求める。TCA は平均場近似の拡張であり、右端の二つのセルと交差点の合計三つのセルを考え、それらより先の相関関係をすべて無視する。この方法は、通常の TASEP では厳密解と等しい解を与えるが、このモデルでは厳密にはならず、μ が大きい時に限り良い近似を見せる。IRA は交差点上の歩行者が全ていなくなった際に、交差点に近いセルすべてに粒子が十分に存在しているという近似であり、μ が小さい時によい近似を見せ、$\mu \to 0$ での極限は厳密な流量と一致する。

参考文献

[Helbing(2001)] D. Helbing, Rev. Mod. Phys. **73**, 1067 (2001).

[Kerner et al.(1993)] B. S. Kerner and P. Konhäuser, Phys. Rev. E **48**, R2335 (1993).

[Bando et al.(1995)] M. Bando, K. Hasebe, K. Nakanishi, A. Nakayama, A. Shibata, and Y. Sugiyama, J. Phys. I (France) **5**, 1389 (1995).

[Sakai et al.(2006)] S. Sakai, K. Nishinari, and S. Iida, J. Phys. A **39**, 15327 (2006).

[Chou et al.(2011)] T. Chou, K. Mallick, and R. Zia, Rep. Prog. Phys. **74**, 116601 (2011).

[Evans et al.(1999)] M. Evans, N. Rajewsky, and E. Speer, J. Stat. Phys. **95**, 45 (1999).

[Nagel et al.(1992)] K. Nagel and M. Schreckenberg, J. Phys. I (France) **2**, 2221 (1992).

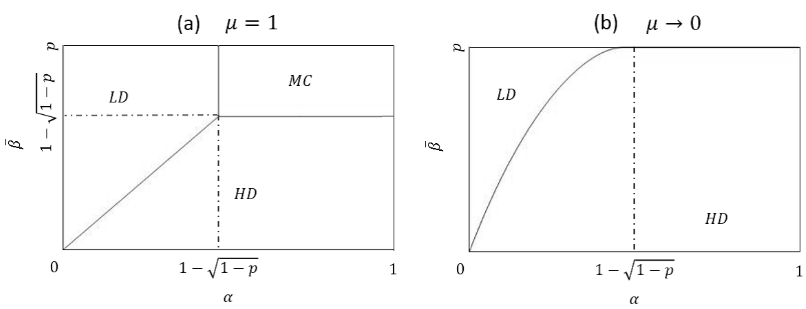

図 3. 二つの極端な μ の時の相図。